LAHENDUSED 11.KLASS

1. Vastus: Indrek jõudis kohale 15 minutit hiljem, kui Peeter.

<u>Lahendus</u>

Olgu Peetri sammu pikkus x meetrit, siis Indreku sammu pikkus on $x - 0{,}2x = 0{,}8x$ meetrit.

Siis, kui Peeter teeb y sammu, teeb Indrek $y + 0{,}2y = 1{,}2y$ sammu.

Järelikult, kui Peeter läbib xy meetrit, läbib Indrek samal ajal $0{,}8x \cdot 1{,}2y = 0{,}96xy$ meetrit. Ehk Indreku kiirus moodustab 96% Peetri kiirusest.

Peetril kulus kohale jõudmiseks 4 tundi.

Kuna vahemaa, mida poisid läbisid, on sama, siis kulus Indrekul kohale jõudmiseks

$4 : 0{,}96 = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$ tundi, ehk 4 tundi ja 10 minutit.

Kuna Indrek väljus punktist A 5 minutit hiljem, ja kohalejõudmiseks kulus tal 10 minutit rohkem, siis jõudis Indrek kohale 15 minutit hiljem, kui Peeter.

<u>Hindamine</u>

Avaldatud Peetri ja Indreku sammu pikkus	1p
Avaldatud Peetri ja Indreku sammude arv	1p
Järeldatud, et Indreku kiirus moodustab 96% Peetri kiirusest	2p
Leitud Indrekul kohale jõudmiseks kulunud aeg	2p
Leitud vastus	<u>1p</u>
	7p

2. Vastus: $\boldsymbol{x_1 = \frac{1}{3};\ x_2 = -\frac{1}{3};\ x_3 = \frac{9+\sqrt{97}}{18};\ x_4 = \frac{9-\sqrt{97}}{18}}$

<u>Lahendus</u>

Olgu $t = \frac{9x^2+18x-1}{9x}$, siis $t + \frac{6}{t} = 5$

$\frac{t^2-5t+6}{t} = 0$

$\begin{cases} t^2 - 5t + 6 = 0 \\ t \neq 0 \end{cases}$, kust $t_1 = 2,\ t_2 = 3$

Kui $t = 2$:

$$\frac{9x^2 + 18x - 1}{9x} = 2$$

$$\frac{9x^2 - 1}{9x} = 0$$

$$\begin{cases} 9x^2 - 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$x = \pm\frac{1}{3}$$

Kui $t = 3$:

$$\frac{9x^2 + 18x - 1}{9x} = 3$$

$$\frac{9x^2 - 9x - 1}{9x} = 0$$

$$\begin{cases} 9x^2 - 9x - 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{97}}{18}$$

Vastus: $x_1 = \frac{1}{3};\ x_2 = -\frac{1}{3};\ x_3 = \frac{9+\sqrt{97}}{18};\ x_4 = \frac{9-\sqrt{97}}{18}$

<u>Hindamine</u>

Asendus $t = \frac{9x^2+18x-1}{9x}$	1p
Saadud võrrandi lahendamine ja t väärtuste leidmine	2p
x väärtuste leidmine	<u>4p</u>
	7p

3. **Vastus:** Seda ei juhtu mitte kunagi.

Lahendus:

Olgu kella minuti- ja tunniseieri pikkuseks r. Kell 14:00 moodustavad seierid omavahel 60-kraadise nurga, mistõttu sektori ABO pindala on:

$$S = 2\pi r^2 \frac{60°}{360°} = \frac{\pi}{3} r^2$$

Samal ajal on kolmnurga ABO pindala:

$$S_1 = \frac{r \cdot r \cdot sin60°}{2} = \frac{r^2\sqrt{3}}{4}$$

On ilmne, et $S > S_1$.

Kolmnurga pindala on $S_1 = \frac{r^2 sin\alpha}{2}$, kus α on kolmnurga ABO nurga O suurus. Maksimaalne pindala tuleb, kui $sin\alpha = 1$,. ehk $\alpha = 90°$. Sel juhul kolmnurga pindala on $S_1 = \frac{r^2}{2}$.

Seega kolmnurga ABO maksimaalne pindala on $\frac{r^2}{2}$.

Ja see pindala on sektori pindalast S väiksem, $\frac{r^2}{2} < \frac{\pi r^2}{3}$.

Järelikult ei ole võimalik, et kolmnurga ABO pindala on mingil ajahetkel võrdne sektori ABO pindalaga kell 14:00.

Hindamine:

Sektori ABO pindala leidmine kell 14:00	1p
Kolmnurga ABO pindala leidmine kell 14:00	1p
Märkus ja põhjendus, et kolmnurga ABO pindala on maksimaalne kui $\angle O = 90°$ (kell 15.00)	2p
Kolmnurga maksimaalse pindala ja sektori pindala S võrdlemine	1p
Järeldus, et ei ole võimalik, et kolmnurga pindala on võrdne sektori pindalaga	2p
	7p

4. **Vastus: Suurim arv, mis võib tekkida on 29120.**

<u>Lahendus:</u>

Märkame kahte fakti: esiteks, maksimaalse korrutise puhul on arvude numbrid paigutatud kahanevalt. Teiseks, ei ole vahet, millises arvu lõpus on number 0.

Vaatame läbi kõik jäänud juhud:

$9 \cdot 3210 = 28890$	$93 \cdot 210 = 19530$
$3 \cdot 9210 = 27630$	$92 \cdot 310 = 28520$
$2 \cdot 9310 = 18620$	$91 \cdot 320 = \mathbf{29120}$
$1 \cdot 9320 = 9320$	

Vastus: Suurim arv, mis võib tekkida on 29120

<u>Hindamine:</u>

Märkamine, et numbrid peavad olema paigutatud kahanevalt	2p
Märkus, et 0 on alati lõpus ning pole vahet millises arvus	2p
Kõigi jäänute variantide läbivaatamine ja vastus	<u>3p</u>
	7p

<u>Märkus:</u> Kui kõigi variantide läbivaatamisel jäävad mõned paarid vahele - miinus 2p iga vaatamata paari kohta.

Ainult õige vastus - 1p.

5. **Vastus: piisab *n* suunamisest teisse ritta**

Lahendus:

Tõestame, et piisab n suunamisest teisse järjekorda.

Oletame, et võlurid ei vaheta üldse mütse ja siis valesse järjekorda sattub k päkapikku. Kui võlurid vahetaksid mütse kohe alguses, siis vales järjekorras oleksid kõik ülejäänud päkapikud, ehk $2n$ - k. Arvudest $2n$ - k ja k väiksema väärtus kindlasti ei ületa n.

Näitame, et on olemas selline algne olukord, mille korral alla n suunamisega ei ole võimalik kõigile seeni jagada. Oletame, et kõik päkapikud on järjekorras valge mütsiga võluri juurde, kusjuures alguses kõik mustade mütsidega. Selleks et valge võlur ei peaks kõiki päkapikke mustade mütsidega suunama teise järjekorda, peab ta vahetama mütsi teise võluriga, kuid siis peab ta suunama kõiki päkapikke valgete mütsidega, ehk igal juhul tuleb n suunamist.

Hindamine:

Tõestamine, et piisab n suunamisest teise järjekorda	3p
Tõestamine, et leidnub selline olukord, et alla n suunamist pole võimalik teha	4p
	7p